অ্যানসাম্‌বলের প্রকারভেদ (Classification of ensemble) :-

আমরা আগে আলোচনা করেছি যে কোনো এক system এর একই সময়ে অসংখ্য কাল্পনিক (mental or virtual) প্রতিলিপি, যা সবই একটি ম্যাক্রোস্টেটে থাকে কিন্তু ঐ ম্যাক্রোস্টেটের জন্য সম্ভাব্য সব রকমের মাইক্রোস্টেটেই থাকতে পারে, তাদের সমাহারকে ensemble বলে, সিস্টেমটির কোনো ম্যাক্রোস্কোপিক বা thermodynamic (তাপগতীয়) চলরাশির ensemble গড় ঐ চলরাশির দীর্ঘ সময়ের গড় একই হয়, এটা বিশেষভাবে সত্যি যখন ম্যাক্রোস্টেটটি সিস্টেমের স্থিতিসাম্যাবস্থা (equilibrium state) কে নির্দেশ করে,

~~Ensemble তত্ত্বের মৌলিক প্রসঙ্গে~~

কোনো বাস্তব পরীক্ষায় অনেকসময়ই ম্যাক্রোস্কোপিক শর্ত (condition) অপরিবর্তিত রেখে, পরীক্ষাটি বারবার repeat করা হয়, তবে অনুবীক্ষণিক খুঁটিনাটি নিয়ন্ত্রণ করা কার্যত অসম্ভব হয় বলে বিভিন্ন পরীক্ষাগুলিতে চলরাশির মানেও কিছুটা বিস্তার পরিলক্ষিত হয়, সেক্ষেত্রে চলরাশিগুলির গড় নিতে হয়, এটাই ensemble তত্ত্বের মূল কথা,

এখন, একটি বিশেষ বাস্তব পরীক্ষায় ম্যাক্রোস্কোপিক শর্তগুলি কিভাবে নির্দিষ্ট করা হয় তার উপর নির্ভর করে ensemble এর প্রকারভেদ হতে পারে, সহজ কথায় বললে সিস্টেমটির কোনো ম্যাক্রোস্টেটকে নির্দিষ্ট করা হয় যে সকল ম্যাক্রোস্কোপিক বা তাপগতীয় চলরাশিগুলির মান নির্দেশ করে তার উপর ভিত্তি করে বিভিন্ন প্রকারের ensemble হতে পারে,

বিজ্ঞানী উল্লেখিত নিম্নে 3টি গুরুত্বপূর্ণ প্রকারের কথা বলব,

① মাইক্রোক্যানোনিক্যাল অ্যানসাম্‌বল (Microcanonical ensemble) :- এধরনের ensemble এর অন্তর্গত system গুলির প্রতিটি প্রতিলিপির ক্ষেত্রেই সিস্টেমের কণার মোট সংখ্যা (N), আয়তন (V) এবং মোট শক্তি (E) স্থির থাকে, অর্থাৎ সিস্টেমটিকে পারিপার্শ্বিক থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন (isolated) থাকতে হবে যাতে পারিপার্শ্বিকের সঙ্গে কণা ও শক্তির আদান-

প্রদান না হতে পারে, পারিপার্শ্বিকের সঙ্গে আনুষঙ্গিক অবস্থারও পরিবর্তন না হবে, N, V, E চলক নির্দিষ্ট এই মাইক্রোক্যানোনিক্যালের সবার অবস্থার দ্বারা প্রেক্ষিতে আলোচনা করে থাকি।

② ক্যানোনিক্যাল অ্যাসাম্বল (Canonical ensemble):-

পারিপার্শ্বিক থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন (isolated) না থাকলে শক্তি আদানপ্রদানের ক্ষেত্রে মুক্ত থাকে না, বাস্তবে এমনটা সচরাচর হয় না, যা থেকে অনেক সময় তাপমাত্রা (Temperature) স্থির রাখা, দুটি বস্তু পারস্পরিক সঙ্গে সংস্পর্শে এলে তাদের মধ্যে তাপের (অর্থাৎ শক্তির) আদানপ্রদান হতে থাকে যতক্ষণ না তাদের উভয়ের তাপমাত্রা সমান হয়। এই অবস্থা তাপীয় সাম্যাবস্থা বা equilibrium অবস্থা। এখন কোনো সিস্টেমের মাইক্রোস্টেট নির্দিষ্ট করতে শক্তি (E) এর চেয়ে তাপমাত্রা (T) অনেক বেশি সহায়ক হয়, কারণ এক বড় সিস্টেম যা একটি তাপের আধার (স্থির তাপমাত্রা এবং পারিপার্শ্বিক যা নিয়ন্ত্রণকারী তার সিস্টেম এর সঙ্গে তাপের আদানপ্রদান চললেও তার তাপমাত্রার কোনো পরিবর্তন হবে না) এর সঙ্গে সংস্পর্শে থাকে, পারিপার্শ্বিকের সঙ্গে শুধুমাত্র আদানপ্রদানও হতে পারে এমন সিস্টেমের Statistical আচরণ জানতে উপযুক্ত ensemble হলো canonical ensemble. এই ensemble এর অন্তর্গত member রা প্রত্যেকের মাইক্রোস্টেট নির্দিষ্ট করার জন্য N, V ও T এর মান নির্দিষ্ট থাকে।

③ গ্র্যান্ড ক্যানোনিক্যাল অ্যাসাম্বল (Grand canonical ensemble):-

মুক্ত (open) কোনো সিস্টেম যার সঙ্গে পারিপার্শ্বিকের সঙ্গে শক্তি ও কণার আদানপ্রদান হতে পারে এমন সিস্টেমের Statistical আচরণ জানতে উপযুক্ত ensemble হলো Grand canonical ensemble। আয়তন (V) স্থির থাকলেও শক্তি (E) এবং সকলের তাপমাত্রা (T) এক, কিন্তু কণার সংখ্যা (N) এবং সকলের chemical potential (μ) স্থির। যখন equilibrium অবস্থায়, অর্থাৎ এই ensemble এর member রা প্রত্যেক সিস্টেম হিসাবে

ম্যাক্রোস্টেটকে নির্দিষ্ট করা হয় μ, V ও T এর মান নির্দিষ্ট করে, যে সিস্টেমের Statistical বর্ণনা করা হবে তার বিভিন্ন ও equilibrium এর উপরের উপর নির্ভর করে কি ধরনের ensemble নিয়ে চর্চা করা হবে তা সুনির্দিষ্টভাবে ঠিক করা হয়।

<u>এনট্রপি ও সম্ভাব্যতা</u> (Entropy and probability):-

কোনো regular class উদাহরণস্বরূপ অবস্থার কোনো সিস্টেমের কোনো ম্যাক্রোস্টেটের সঙ্গে মাইক্রোস্টেটের সংখ্যা Ω এর সঙ্গে সিস্টেমের entropy (S)-র সম্পর্ক নির্ণয় করেছিলেন

$$S = k \ln \Omega \rightarrow (1)$$ যেখানে k হল বোলৎজম্যান ধ্রুবক,

এই সমীকরণটিকে বলা হয় বোলৎজম্যান সমীকরণ বা বোলৎজম্যান-প্ল্যাঙ্ক সমীকরণ।

আমরা জানি PEAP (postulate of equal a priori probabilities) নীতি অনুসারে কোনো বদ্ধ সিস্টেম যদি না কোনো অবস্থায় থাকে তাহলে কোনো ম্যাক্রোস্টেটের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট প্রতিটি মাইক্রোস্টেটের সিস্টেমটির থাকার সম্ভাব্যতা সমান $(\frac{1}{\Omega})$, অর্থাৎ যে ম্যাক্রোস্টেটের সঙ্গে জড়িত মাইক্রোস্টেটের সংখ্যা যত বেশি সেই ম্যাক্রোস্টেটে সিস্টেমটির থাকার সম্ভাব্যতা তত বেশি, $S = k \ln \Omega$ সমীকরণটি তাই entropy-র সঙ্গে সিস্টেমটির কোনো ম্যাক্রোস্টেটে থাকার সম্ভাব্যতার সম্পর্ককে নির্দেশ করে।

সার্বিকভাবে কাছে বোলৎজম্যানের এই সমীকরণ সমগ্র বিশ্বের ক্ষেত্রে মাইক্রোস্টেট সমূহের ক্ষেত্রে প্রযোজ্য যেখানে প্রতিটি মাইক্রোস্টেটের সম্ভাব্যতা ধরে নেওয়া হয় সমান, কিন্তু তাপগতিবিদ্যা বা Statistical Mechanics এ আমরা বিশ্বকে দুটি ভাগে ভাগ করি - ① সিস্টেম (যেটি নিয়ে আমরা চর্চা করব) এবং ② পারিপার্শ্বিক (surroundings), সমগ্র বিশ্বের ক্ষেত্রে সিস্টেমটির এনট্রপি নির্ণয়ই আমাদের মূল উদ্দেশ্য, কিন্তু সাধারণভাবে সিস্টেমের ক্ষেত্রে কোনো ম্যাক্রোস্টেটের সঙ্গে সংশ্লিষ্ট প্রতিটি মাইক্রোস্টেটের সম্ভাব্যতা সমান নাও হতে পারে, তাই

বিজ্ঞানী উইলার্ড গিবস একটি সাধারণভাবে যেকোনো ধরনের মাইক্রোস্টেট (অর্থাৎ যেকোনো ধরনের ensemble) এর ক্ষেত্রে প্রযোজ্য একটি সমীকরণের মান বর্ণনা দেন যা হল

$$S = -k \sum_i p_i \ln p_i \quad \rightarrow (2)$$

যেখানে p_i হল i-তম মাইক্রোস্টেটের সম্ভাব্যতা, একে গিবসের এনট্রপির সমীকরণ বলে।

প্রতিটি মাইক্রোস্টেটের সম্ভাব্যতা সমান হলে অর্থাৎ $p_i = \frac{1}{\Omega}$ হলে

$$S = -k \sum_{i=1}^{\Omega} \left[\frac{1}{\Omega} \ln\left(\frac{1}{\Omega}\right) \right]$$

$$= -k\, \Omega \times \frac{1}{\Omega} \ln \frac{1}{\Omega}$$ (যেহেতু সমষ্টির প্রতিটি terms ই সমান)

$$\Rightarrow S = k \ln \Omega \quad \left(\because \ln \frac{1}{\Omega} = -\ln \Omega\right)$$

অর্থাৎ বোল্টজম্যান সমীকরণটি ফেরত পাওয়া যায়,
আমরা যদিও আগে আলোচনা করেছি যে সমস্ত মাইক্রোস্টেটের সাথে সংশ্লিষ্ট মাইক্রোস্টেটগুলির সম্ভাব্যতা সমান হবে যদি সমগ্র বিশ্বব্রহ্মাণ্ডকে একটি সিস্টেম ধরে নেওয়া হয়, অর্থাৎ সিস্টেমটির বাইরে আর কিছু নেই, যদি কোনো সিস্টেম তার পারিপার্শ্বিক থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন (isolated) হয় তাহলে ঐ সিস্টেমটিকে একটি বিশ্বব্রহ্মাণ্ড বলেই ধরা যায়, আমরা আগে আলোচনা করেছি যে পারিপার্শ্বিক থেকে সম্পূর্ণ বিচ্ছিন্ন একটি সিস্টেমের N, V ও E স্থির থাকে অর্থাৎ সিস্টেমটির statistical বিশ্লেষণ মাইক্রো ক্যানোনিক্যাল ensemble ধরে করা হয়, অর্থাৎ microcanonical ensemble এর বোল্টজম্যান এনট্রপির সমীকরণটি প্রযোজ্য কিন্তু সাধারণভাবে যেকোনো ধরনের ensemble এর ক্ষেত্রে গিবসের এনট্রপির সমীকরণ প্রযোজ্য হবে।